

Imię i nazwisko _____ Klasa _____

Imię i nazwisko Twojego nauczyciela matematyki _____

Nazwa szkoły _____



„ZŁOTA ŻABA” 2007/2008

etap II – 1 marca 2008

Konkurs w Dziedzinie Matematyki

Organizator: Fundacja Edukacji Społecznej „EKOS”

Cieszę się, że bierzesz udział w naszym Konkursie. Przed Tobą zadania, na których rozwiązanie masz 120 minut. Zadania musisz wykonać na otrzymanych osobnych kartkach. Zanim to zrobisz, u góry kartek napisz swoje imię i nazwisko, nazwę szkoły, imię i nazwisko Twojego nauczyciela matematyki. Czytaj uważnie polecenia, dbaj o precyzję i poprawność językową swoich wypowiedzi, przede wszystkim jednak myśl, myśl, myśl ...

Twoja Żaba

Zadanie 1. (30 pkt)

Botanik badał występowanie pięciu gatunków grzybów na trzech różnych obszarach leśnych. Wyniki obserwacji zapisał w tabeli:

	prawdziwek	maślak	kozak	kurka	rydz
obszar A	1	2	0	2	1
obszar B	1	0	2	0	0
obszar C	1	1	1	0	0

Liczby 0, 1 i 2 oznaczają odpowiednio, że: dany grzyb na danym obszarze nie występuje w ogóle, występuje w niewielkich ilościach lub występuje w dużych ilościach.

Na podstawie tych danych botanik, korzystając z pewnego wzoru, wyznaczył stopień podobieństwa lasów pod względem występowania grzybów (tzw. „odległość” tych stanowisk leśnych). Okazało się, że stopień podobieństwa lasów A i B opisuje liczba $\sqrt{13}$, zaś stopień podobieństwa lasów B i C liczba $\sqrt{2}$.

Botanik przeanalizował otrzymane wyniki i stwierdził, że lasy, najbardziej podobne pod względem występowania grzybów mają też podobny drzewostan.

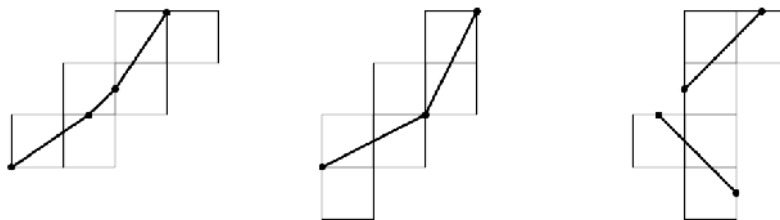
Spróbuj odkryć sposób postępowania botanika przy wyznaczaniu „odległości” stanowisk leśnych, wiedząc, że czynności, które kolejno wykonywał to: odejmowanie, podnoszenie do kwadratu, dodawanie i pierwiastkowanie. Wyznacz stopień podobieństwa lasów A i C oraz określ, które ze stanowisk leśnych (A i B, B i C, czy A i C) są najbardziej podobne do siebie. Odpowiedz, co oznacza odkryte podobieństwo drzewostanu.

Zadanie 2. (10 pkt)

W II etapie konkursu matematycznego „Złota Żaba” bierze udział 44 uczestników. Co najmniej ilu z nich obchodzi urodziny w tym samym miesiącu?

Zadanie 3. (40 pkt)

Brzegi jakich figur płaskich utworzą odcinki zaznaczone na siatce sześcianu po sklejeniu siatki?



Uwaga: Zaznaczone na siatkach końce odcinków są wierzchołkami kwadratów lub środkami boków kwadratów tworzących siatkę sześcianu.

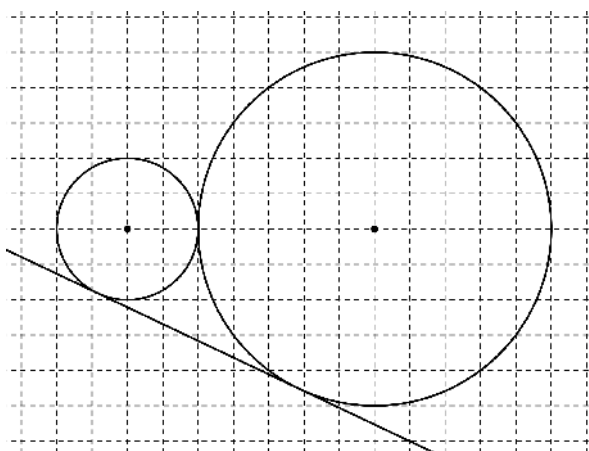
Zadanie 4. (15 pkt)

Znajdź ostatnią cyfrę rozwinięcia dziesiętnego liczby $2^{1000} + 4^{999}$.

Zadanie 5. (40 pkt)

Do dwóch okręgów stycznych zewnętrznie poprowadzono wspólną prostą styczną.

Oblicz pole figury zawartej między styczną i okręgami, wiedząc, że promień jednego z okręgów ma długość 2, a drugiego – 5.

**Zadanie 6. (40 pkt)**

Jedno z zadań domowych Piotra miało następującą treść: „Brat pani Ani ma 4 razy więcej lat niż miała pani Ania wtedy, gdy była dwa razy młodsza od brata. Razem mają zaś 70 lat. Ile lat ma każde z rodzeństwa?”.

Piotr oznaczył wiek pani Ani przez x i wiek jej brata przez y . Następnie próbował ułożyć układ równań, który pozwoliłby mu rozwiązać to zadanie. Z jednym z równań nie miał problemu. Napisał: $x + y = 70$. Jednak nie udało mu się ułożyć drugiego.

A Ty potrafisz rozwiązać to zadanie? Zapisz drugie równanie i rozwiąż układ równań.

Zadanie 7. (25 pkt)

Wykaż, że liczby 1 , $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{3}$ nie mogą być długościami wysokości żadnego trójkąta.